

燃油直接喷射入横向气流中雾化机理数值研究

王亚军, 颜应文, 党龙飞, 李井华

(南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 采用商业软件 Fluent 对燃油直接喷射入横向气流中的破碎雾化过程进行数值模拟, 选用欧拉-欧拉方法中的 VOF(volume of fluid)耦合 level-set 方法模拟气液两相流动. 数值模拟了横向气流中燃油直接喷射射流破碎雾化过程及其相应流场信息, 分析了流场结构对液柱破碎雾化过程的影响, 获得了横向气流中射流破碎点位置以及射流穿透深度, 并与试验数据进行了对比. 数值计算结果表明: ①采用 VOF 耦合 level-set 算法能够较好地模拟射流喷入横向气流中燃油破碎雾化过程; ②由于反向旋转的涡对的存在, 使得液膜和液滴沿着展向(y 向)输运, 对于液滴的二次雾化起到促进作用; ③射流液柱总是在喷嘴下游约 8 倍直径处开始破碎, 且破碎点位置取决于喷嘴几何特性.

关 键 词: 横向气流; 欧拉-欧拉方法; VOF 算法; 破碎点; 穿透深度

中图分类号: V23

文献标志码: A

Numerical investigation on atomization characteristics of liquid jet in crossflow

WANG Ya-jun, YAN Ying-wen, DANG Long-fei, LI Jing-hua

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System,

College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to investigate the atomization process of a liquid jet injected into a crossflow, the Euler-Euler method in Fluent was used by numerical simulation. The VOF (volume of fluid) model coupled with level-set method was applied to simulate two-phase flow, and the numerical results showed the atomization process of liquid jet in crossflow and the flow field. The effects of flow fields on atomization process of a jet liquid column were studied. Breakup point and liquid jet penetration depth were gained and also compared with the experimental data. The numerical results show that: (1) The coupled level-set and VOF model can be used to simulate the atomization processes of liquid jet injected into crossflow. (2) Because of the counter-rotating vortex, the liquid film and the droplets are transported along the development direction (y), playing a promoting role for secondary atomization. (3) The jet liquid column is always broken at about 8 times the diameter of the injector, and the location of the broken point is determined by the geometrical characteristics of the injector.

Key words: crossflow; Euler-Euler method; VOF method; breakup point; penetration depth

收稿日期: 2015-01-16

基金项目: 国家自然科学基金(51676097); 航空科学基金(2013ZB52017)

作者简介: 王亚军(1991—), 男, 四川简阳人, 硕士, 主要从事燃烧室数值仿真研究.

通讯作者: 颜应文(1978—), 男, 湖南衡山人, 副教授, 博士, 主要从事航空发动机燃烧室研究. E-mail: yanyw@nuaa.edu.cn

液体燃油直接喷入横向气流中的雾化方式近几年来在各种推进器中广泛使用,由于其喷嘴结构简单、质量轻、加工容易等特点,使其在航空发动机加力燃烧室、冲压发动机燃烧室、超燃冲压发动机燃烧室以及一些低污染燃烧室头部旋流器主级通道内普遍应用.随着国际上对航空燃气轮机排气污染的要求越来越严格,在提高航空发动机整体性能的同时必须降低油耗和污染排放.目前具有前景的低排放燃烧技术主要有:贫油预混预蒸发燃烧(lean premixed prevaporized, LPP)、贫油直接喷射燃烧(lean direct injection, LDI)以及富燃-淬熄-贫燃(rich burn-quench-lean burn, RQL)等.从低排放燃烧技术的发展趋势看,燃油直接喷射入预混或预混预蒸发装置进行油气混合是今后低排放燃烧室技术的发展需求^[1-3],该过程可以简化为液体射流喷入横向气流中的雾化与蒸发过程,并对其开展相关研究.

液体射流喷射入横向气流中的破碎雾化特性参数主要有:射流破碎位置、液雾穿透深度、液雾散布特性如 SMD(索太尔平均直径)及分布指数等.雾化过程包括液柱的变形、表面波的产生以及初次破碎产生的液团等初次雾化现象,以及这些液团、液丝和液柱由于气动力的作用形成更为细小的液滴的二次雾化现象^[4].燃油雾化的程度以及液滴的分布对于燃烧的效率以及污染物排放具有决定性的作用.近年来,有关射流在横向气流中雾化的数值模拟方法层出不穷,计算软件从普遍应用的商业计算软件 Fluent^[5-7] 到自编程计算^[8-10],模拟雾化方法有离散相颗粒轨道模型^[11-12]、欧拉多相流模型 VOF^[5,13] 及 VOF 耦合 level-set 算法^[14],也有学者提出用来追踪两相界面的网格理论 RLSG(refined level-set grid)^[9,15] 及采用动网格捕捉多相流界面的处理方法^[16]等.

本文为研究某旋流器主级叶片通道内燃油雾化过程,对研究对象进行简化,简化模型为三维长方体内单点燃油在横向气流中直接喷射雾化过程,采用商业计算软件 Fluent 中的 VOF 算法对其进行初步模拟,分析其结果并与相应的试验结果进行比较.

1 研究对象

1.1 数值模拟网格

计算模型如图 1 所示,横向气流方向为 x 轴正向,燃油射流方向为 z 轴正向.喷嘴如图 2 所示,直径 $d=0.6\text{ mm}$,通道计算域(不包含喷嘴结

构)为: $60d \times 8d \times 30d$,其中横流进口到燃油射流出口距离为 $12d$,整体网格分为多块,横流进口及喷嘴段为非结构化网格并沿 x 向逐步加密,其后沿 x 向为结构化网格并逐步加密,用以捕捉气液两相流场信息.总网格数为 1130 万,最小网格步长为 $\Delta x_{\min} = d/10$.

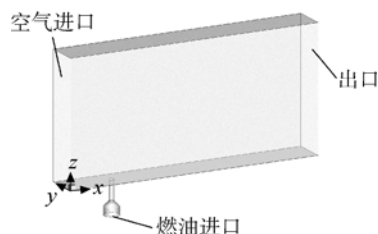


图 1 计算区域示意图

Fig. 1 Sketch of computational domain

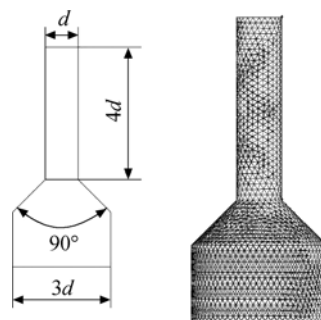


图 2 喷嘴内流道结构示意图及网格

Fig. 2 Internal flow passage and mesh of the injector

燃油进口喷嘴段几何结构如图 2 所示,喷嘴段长径比为 $L/d=4$,转接段为一扩张角 90° 的内锥面.喷嘴结构整体采用均匀非结构化网格,其网格步长 $\Delta x = d/7.5$,喷嘴段网格步长以及喷嘴后长方体模型通道内逐渐加密网格步长均能满足捕捉气液两相流动界面^[9].

图 3 所示结果分别为采用两种不同密度网格计算所得,图 3(a)和图 3(b)在射流液柱核心区域最小网格步长分别为 $60\text{ }\mu\text{m}$ 及 $45\text{ }\mu\text{m}$,总网格数分别为 1130 万和 2120 万.对比图 3(a)、图 3(b)可以看出,采用总网格数为 2120 万网格计算所得油雾场容易捕捉到更细小的液体液滴,但对于射流初次雾化过程,即液体在横向气流中破碎模式的捕捉,采用总数 1130 万的网格也能得到较好的模拟结果,并且相对来说更为经济,因此本文在后续计算过程中,采用图 1 所示的总数为 1130 万的网格进行模拟计算.

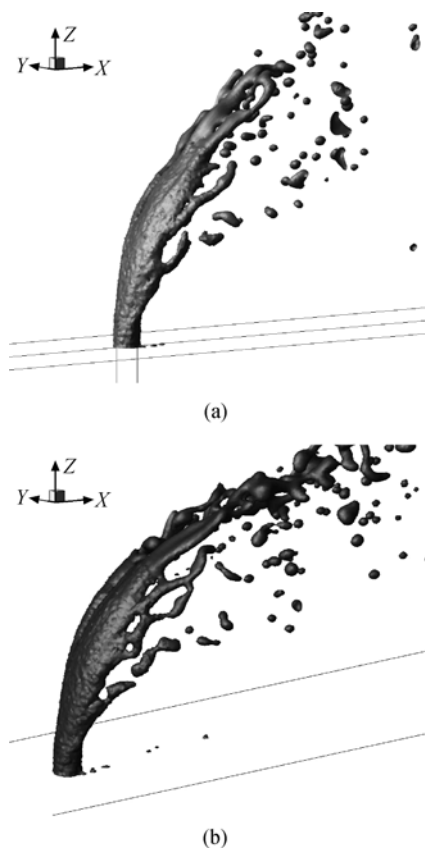


图3 不同密度网格计算结果

Fig. 3 Calculation results of different densities of mesh

1.2 边界条件及其他

如图1所示,计算域内空气进口及燃油进口均为速度进口,进口空气速度为亚声速,出口为压力出口,其余皆为壁面.计算常温(300 K)、常压(101 325 Pa)下横向气流中射流破碎雾化过程,边界条件设置及试验工况具体数据如表1所示.其中有关各无量纲参数对横流中射流雾化的作用及影响,前述文献[3-4]中已进行描述总结,此处不再赘述.采用非稳态时间步长为 1×10^{-6} s,各时间步内迭代30步,计算到非稳态时刻 $t=0.8$ ms.

表1 计算条件

Table 1 Calculated conditions

d/mm	$U_c/(\text{m/s})$	$\rho_c/(\text{kg/m}^3)$	$U_j/(\text{m/s})$
0.6	100	1.225	18
$\rho_f/(\text{kg/m}^3)$	$\mu_f/(\text{kg/(m} \cdot \text{s)})$	$\sigma/(\text{N/m})$	q
780	0.0024	0.026	20.6
Re_j	Re_c	We	
3510	42638	235.6	

2 数值方法

本文采用 Ansys 14.0 计算软件中 Fluent 流体计算模块对横向气流中射流非稳态雾化过程进行数值模拟,以 $\text{C}_{12}\text{H}_{23}$ 作为航空煤油的替代模型进行数值模拟,多相流模型采用 VOF 耦合 level-set 算法.

VOF 模型是应用 Euler 方法的两种或多种互不相溶流体的界面追踪技术,在 VOF 模型中,各相流体共享一个方程组,在计算域内计算各相的体积分数.由于在每个时间步内都通过界面形态构造体积分数的输运量,因此 VOF 算法具有很好的守恒性,但是由于体积分数不连续,使得构造精确的界面法向具有一定的困难. Level-set 相对于传统界面计算具有较多优势,其定义的符号距离函数是连续的,而且求解方便且易于向高维推广,但由于守恒性差,在射流破碎问题中会直接导致质量的亏损或增加,带来较大计算误差^[17].为提高计算的守恒性和精度,本文选择 VOF 耦合 level-set 模型进行射流破碎模拟.

湍流模型采用 realizable $k-\epsilon$ 双方程模型,这种模型是在标准 $k-\epsilon$ 双方程模型基础上增加了湍流黏性的进一步描述,以及通过对平均涡量输运的精确描述对输运方程中的湍流耗散率进行修改发展而成,解决了雷诺应力在数值求解方法中的限制.在对流场中流线存在较大曲率、较高涡强度以及旋转剧烈的流场计算,相对于标准 $k-\epsilon$ 双方程模型计算具有显著的改善和提高.近壁面处理采用标准壁面函数.

两相之间的近界面插值方式采用 Fluent 界面处理中最能精确贴近实际情况的几何重组方式(the geometric reconstruction scheme),适用于结构化及非结构化网格,在非结构化网格计算中尤其体现出比其他插值方式的精度更高.

3 结果及讨论

3.1 喷嘴内流场

本文对所使用喷嘴内部燃油流场结构进行了数值模拟,图4所示为喷嘴结构内沿燃油喷射方向(z 向) $t=0.8$ ms 时刻速度云图.图中 $W_j = U_z/U_j$ 为以射流出口速度作基准的无量纲 z 向速度.由于收缩段锐边的存在以及边界层的影响,在长直的喷射管道内最大半径处存在明显的速度下降.同时观察到在喷嘴出口与横流通道交界处,由于横流速度的相互作用,射流速度分布梯度较大,

在出口处呈现明显的收缩趋势。

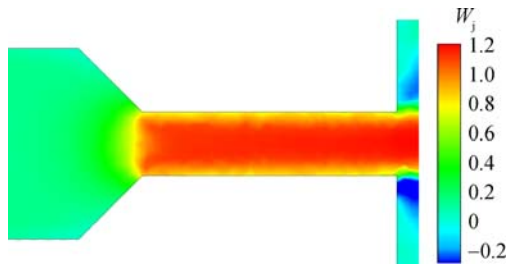


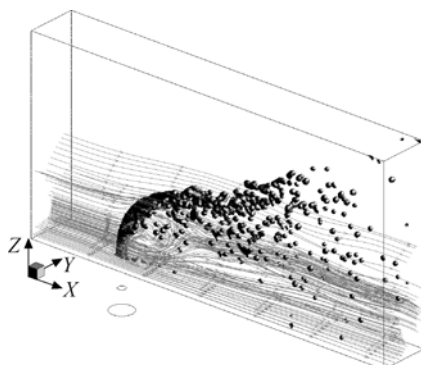
图 4 喷嘴内 z 向速度云图

Fig. 4 Contour of z velocity in the passage of injector

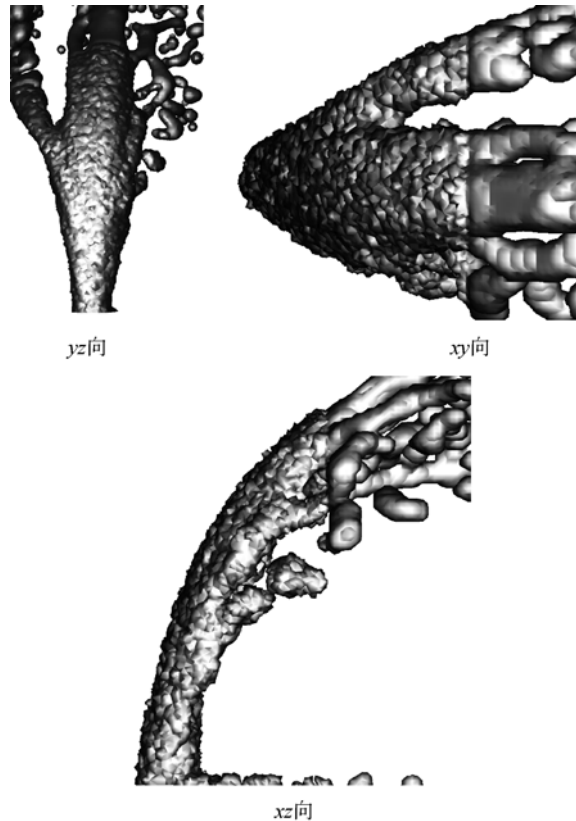
3.2 射流喷入横向气流中液体结构及流场结构

图 5 所示为三维气流速度流线及液体体积分数为 1% 时(基本包含所有液体)的等值面图以及液柱核心区液体体积分数等值面图。由图中可以看出由于液柱核心区的存在,使得在液柱背风面存在三维的涡系,由于这些旋涡的存在,导致喷嘴出口液柱随着气流沿流向(x 向)弯曲,最终趋于与下壁面平行,并且沿着展向(y 向)伸展呈现膜状结构。由于液柱本身的紊流脉动,在出口及以后与横向气流的相互作用在这种膜状结构比较薄弱的地方出现液膜断裂,继而发展成为液团,计算所得液柱沿 y 向伸展至 $4d$ 后开始出现断裂现象。这些液团随着气流运动,与横向气流进一步作用形成更为细小的液滴。如图 5(b) 中所示,液柱沿 y 向呈现一定的不对称性,这种不对称可能是由于喷嘴出口速度沿 y 向的不对称以及喷嘴段非结构网格的不对称性所造成的。从图中可以看出,对于此算例,韦伯数 $We=235.6$ 时,液膜袋式破碎和液柱剪切破碎同时存在。

图 6 所示为射流喷入横向气流各截面内平面速度矢量图。由图 6(a) 和图 6(b) 可以看出,在 xz 平面内由于液柱核心区的存在,在液柱背风面存在明显回流,回流涡高度约为 $2/3$ 液柱高度,并且



(a) 三维流线及液体体积分数



(b) 液柱核心区液体体积分数等值面图

图 5 三维流线及液体体积分数等值面图
Fig. 5 Streamlines and isosurfaces of liquid volume fraction on 3D view

这种由于液柱阻碍气流流动所形成的涡具有三维结构,在 y 向呈收缩趋势,至 $\Delta y=d$ 截面处涡的核心只有原来 $1/4$ 大小。

由图 6(c) 和图 6(d) 可以看出, yz 平面在距喷嘴下游 $\Delta x=d$ 截面速度矢量分布呈现从液核区向四周扩散,在靠近下壁面处形成回流,并且与黏性底层内气流相互作用形成涡环,随着轴向距离的增加($\Delta x=5d$),这种由射流的侧壁边界层产生的涡系表现为一对涡,被称为反向旋转涡对(counter-rotating vortex pair, CVP)^[18],如图中 $z=0.0024\text{ m}$ 坐标处,明显存在 CVP(图中圆圈所示),并且在 $z=0.004\text{ m}$ 处存在不规则的几个小的涡团,这是因为射流液柱在这些地方由于气动力及液柱自身的不稳定性作用,造成液膜破裂或液柱分叉所形成的局部压力梯度,形成小的涡团。

由图 6(e) 和图 6(f) 可以看出, xy 平面速度矢量分布所示为距下壁面 d 处和 $5d$ 处流场局部图。由图中可以看出,在喷口处由于圆柱形液体射流的存在,使得其后的气流明显呈涡街状,由于靠近下壁面时,射流液柱有效阻碍气流流动的直径较小($d=0.6\text{ mm}$),其尾迹区域也较短,约 $3d$

长度,只存在一对涡结构,并且呈反向旋转;在距离下壁 $5d$ 高度,由于液柱被气流拉伸,变为扁平状,其迎风面积增加,液膜边界处横向气流流速变大,导致其背风面涡变大变强,尾迹区域更长(坐标 $x=0.012\text{m}$ 处约为 $9.5d$ 长度,图中为放大显示涡结构,尾迹尾缘并没有显示),并且在其尾迹区域内存在明显的涡脱落现象。

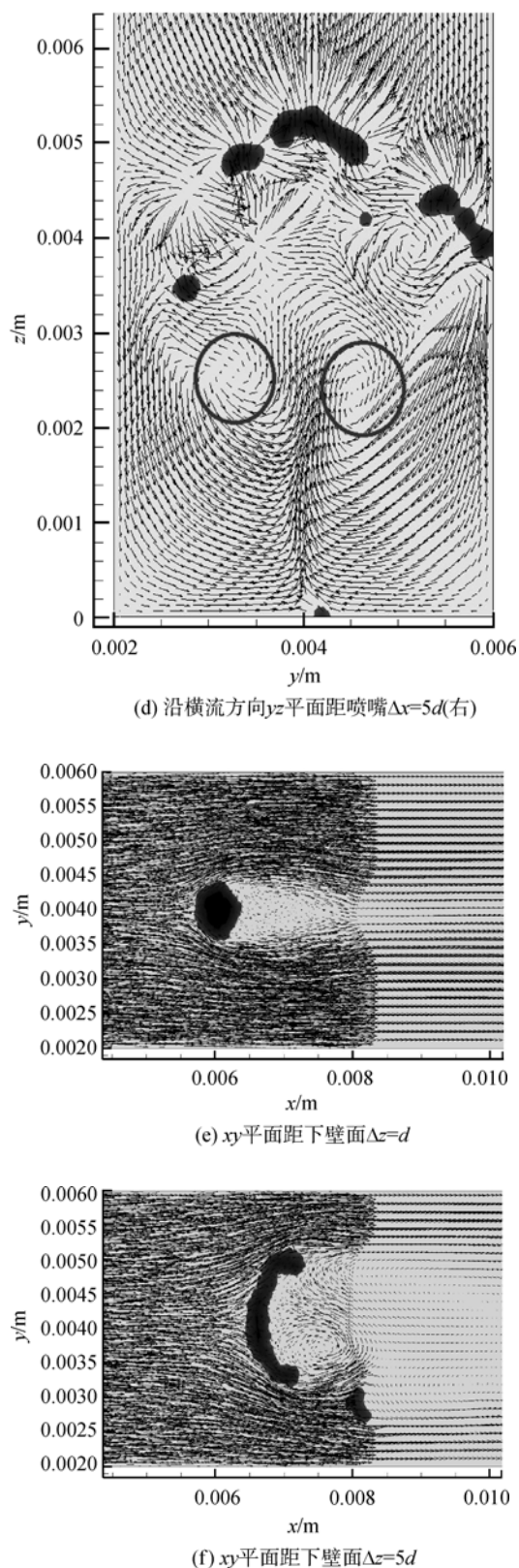
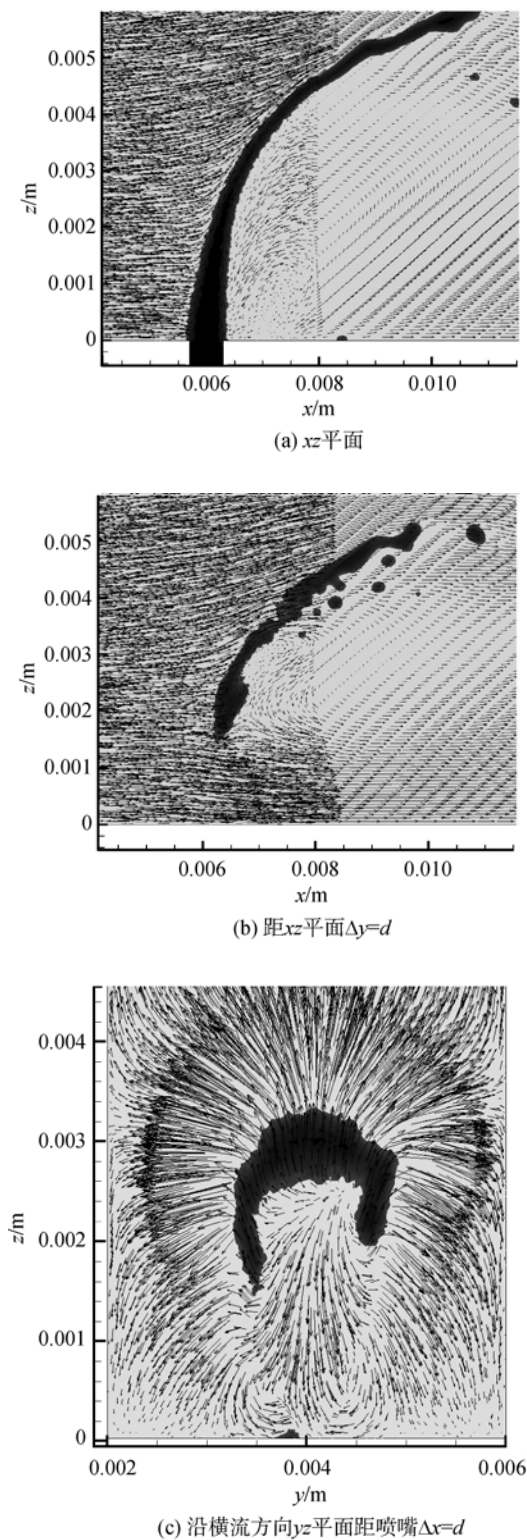


图6 各截面速度矢量图

Fig. 6 Velocity vectors on sections

图7所示为各相应截面涡量等值线图,从图中分析可以进一步了解横向气流中射流雾化过程涡的分布以及其对雾化的作用。

图 7(a)为 xz 平面涡量等值线图结果与图 6 中所示流场信息一致,即在液柱核心区背风面存在一较强涡,并且图 7 中可以看出在液柱迎风面区域,其 y 向涡量 ω_y 的值有正有负,表明在这些区域存在涡团,这在图 6 中的矢量图中是不易体现出来的.图 7(b)和图 7(c)为 yz 平面涡量等值线图, ω_x 的值最大,这与上述背风面流场信息一致,并且在液柱边界处也存在较强涡团,是为剪切力造成的气流强回旋造成,最终沿着流向发展形成较明显的肾涡对.

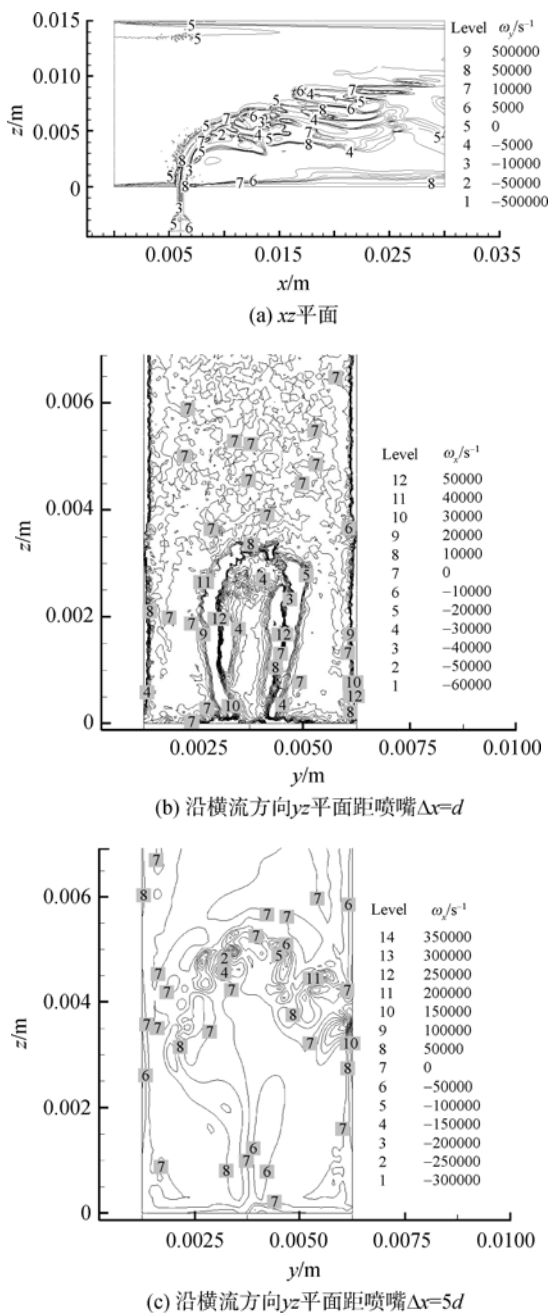


图 7 各截面涡量等值线图

Fig. 7 Isolines of vorticity on sections

由前人研究文献所述,横向气流中射流雾化过程中,反转向转肾涡对液膜的形成、破碎具有重要意义,本文也对三维肾涡沿横流方向的发展进行了初步探讨.图 8 所示为 yz 平面涡量 ω_x 的云图,图中各截面依次为距喷嘴中心出口沿横流方向 $\Delta x=d, 5d, 10d, 15d, 20d$,由图中可以明显看出,射流从喷嘴喷出后,与横向气流相互作用,在背风面液柱边界处开始形成一对 CVP,图中第 1 截面所示为 CVP 开始形成,沿着流向发展,由于液柱的发展、断裂及破碎等原因,导致液柱边界变化及气流的扰动,CVP 的形状也跟着变化,变得不对称;并且越靠近下游,CVP 的轮廓越来越模糊,但是其对气流流场的影响还是可见的(图中后 3 个截面).由于 CVP 的存在,使得液膜及其后形成的液滴沿着展向(y 向)输运,形成空间横向扩散,对于液滴的二次雾化起到促进作用,这点对于雾化均匀度具有重要意义.

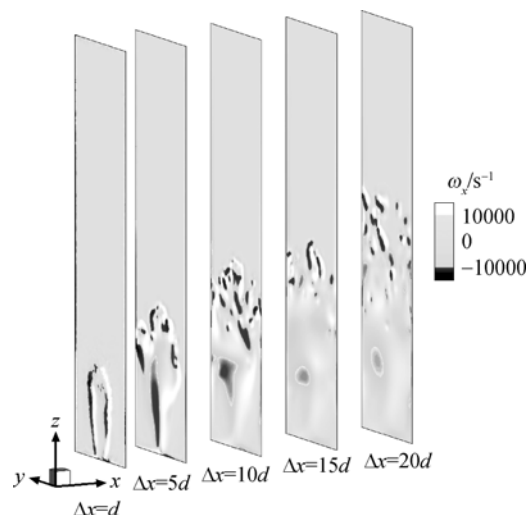


图 8 yz 平面涡量 ω_x 云图

Fig. 8 Contour of ω_x on yz sections

3.3 雾化特性参数分析

横向气流中射流雾化过程中,射流液柱破碎点(column breakup point, 记为 P_{cb})及穿透深度都是对雾化特性起重要作用的特性参数.破碎点的位置标志着液体从液柱核心区进入更为细化的破碎区域,是液柱核心区和离散相机制作用区的分界;穿透深度则决定了液膜、液滴进一步破碎的空间位置以及散布等特性.本文对算例结果进行了破碎位置和穿透深度的初步描述和分析.

破碎点定义为射流液柱核心初次断裂,液团脱离液柱的位置.图 9 所示为本文模拟结果,取液

柱初次出现大面积断层处为破碎点(P_{cb}),得到其位置坐标,沿着横流方向处于喷嘴出口中心下游 $8.5d$ 处,沿喷射方向高度为 $10d$,结果与 Wu 等^[4]试验结果统计规律基本一致,即射流液柱总是在喷嘴下游约 8 倍直径处开始破碎,位置基本不变,只取决于喷嘴几何特性.沿喷射方向 P_{cb} 的坐标与射流与横流的动量比平方根相关,即 $Z_b/d = 3.44\sqrt{q}$,即,带入本文计算数据,得 $Z_b = 15d$,与图中所示的 $10d$ 具有一定的差异,这是因为文献中试验所使用工质与计算有差别,并且工况也不尽相同.

文献[3]列举了系列试验总结的穿透深度经验公式,本文只从中选取了 3 个与模拟条件近似的结果进行比较分析.以往学者对穿透深度进行了大量试验及数值分析研究,得到了系列经验关系式,从形式上可分为 3 大类:幂函数型、对数型和指数型.其中参数也不尽相同,有韦伯数、密度比、压力比、雷诺数等,然而这些经验公式都具有其使用的条件局限性.图 9 中所示 3 条曲线分别为文献[3]中列举的 Wu(实线)和 Stenzler(虚线),以及 Chen(点划线)试验总结的穿透深度经验关系曲线.其经验关系式分别为

$$\frac{y}{d} = 1.37 \left[q \frac{x}{d} \right]^{1/2} \quad (1)$$

$$\frac{y}{d} = 2.63 q^{0.442} \left[\frac{x}{d} \right]^{0.39} We^{-0.088} \left[\frac{\mu}{\mu_{H_2O}} \right]^{-0.027} \quad (2)$$

$$\frac{y}{d} = 9.91 q^{0.44} \left[1 - \exp \left[\frac{-x/d}{13.1} \right] \right] \cdot \left[1 + 1.67 \exp \left[\frac{-x/d}{4.77} \right] \right] \cdot \left[1 + 1.06 \left[\frac{-x/d}{4.77} \right] \right] \quad (3)$$

式中 q 为动量比; μ 为动力黏度.

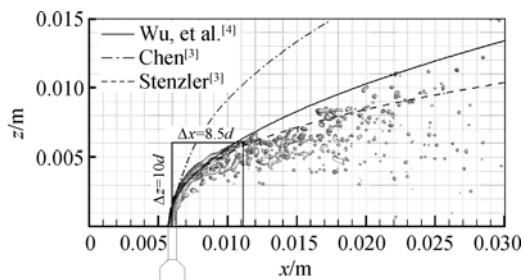


图9 破碎点及穿透深度

Fig. 9 Breakup point and penetration depth

由图 9 中可以看出,Chen 试验所得经验关系式曲线与本文模拟结果差别较大,而 Wu 和 Sten-

zler 试验所得经验关系式曲线与本文模拟结果相对较吻合,但是亦存在局部不相符的结果,原因可能是由于文献[4]中试验所采用液体工质为水、乙醇水溶液以及甘油水溶液,试验所得到的关系式是针对这 3 种溶液所代表的一定物性范围的液体,而本文模拟采用的液体材料为航空煤油(kerosene),其密度、黏度以及表面张力虽在这个物性范围内,但并非与上述 3 种溶液完全吻合,所以导致这些差异(Stenzler 公式),而模拟结果与 Wu 所总结的穿透深度只与动量比相关的经验关系式差别较小,这进一步说明在横向气流中射流雾化过程中,决定穿透深度的主要因素为射流与横流的动量比.

4 结 论

本文采用 Fluent 软件中的 VOF 耦合 level-set 算法数值模拟了燃油直接喷射入横向气流中的破碎雾化过程,主要研究了其液柱破碎过程、流场结构以及相关雾化特性参数,并与试验结果进行了对比,得到如下结论.

1) 采用 VOF 耦合 level-set 算法能够较好地模拟射流喷入横向气流中燃油破碎雾化问题,模拟流场以及涡结构结果均符合横向气流中燃油直接喷射雾化经典理论及相关试验结果,即其对于流场的预测可信.

2) 通过数值模拟得到 CVP 在此类问题中的发展过程,以及由于 CVP 的存在,使得液膜及其后形成的液滴沿着展向(y 向)输运,形成空间横向扩散,对于液滴的二次雾化起到促进作用.

3) 通过数值模拟发现射流液柱总是在喷嘴下游约 8 倍直径处开始破碎,且破碎点位置取决于喷嘴几何特性,获得的燃油直接喷射液柱破碎点以及穿透深度均比较符合试验数据及其相关经验关系式.

参考文献:

- [1] 林宇震,许全宏,刘高恩,等.燃气轮机燃烧室[M].1版.北京:国防工业出版社,2008.
- [2] 黄勇.燃烧与燃烧室[M].北京:北京航空航天大学出版社,2009.
- [3] 林宇震,李林,张弛,等.液体射流喷入横向气流混合特性研究进展[J].航空学报,2014,35(1):46-57.
LIN Yuzhen, LI Lin, ZHANG Chi, et al. Progress on the mixing of liquid jet injected into a crossflow [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(1): 46-57. (in Chinese)
- [4] Wu P K, Kirkendall K A. Breakup processes of liquid jets

- in subsonic crossflow[J]. Journal of Propulsion and Power, 1997, 13(1): 64-73.
- [5] Arienti M, Madabhushi R K. Aerodynamic blockage effect on the spray characteristics of a liquid jet atomized by crossflowing air[J]. ASME Paper GT2006-90536, 2006.
- [6] Holloway D S, Walters D K, Leylek J H. Computational study of jet-in-crossflow and film cooling using a new unsteady-based turbulence model[J]. ASME Paper GT2005-68155, 2005.
- [7] Rashad M A, Rist U. Numerical investigation of a jet-and-vortex-actuator without and with cross-flow boundary layer[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2012, 33(1): 35-44.
- [8] Herrmann M. A parallel Eulerian interface tracking/Lagrangian point particle multi-scale coupling procedure[J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(3): 745-759.
- [9] Herrmann M. Detailed numerical simulations of the primary atomization of a turbulent liquid jet in crossflow[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2009, 132(6): 061506. 1-061506. 10.
- [10] Tomar G, Fuster D, Zaleski S, et al. Multiscale simulations of primary atomization[J]. Computers and Fluids, 2010, 39(10): 1864-1874.
- [11] Salman H, Soteriou M. Lagrangian simulation of evaporating droplet sprays[J]. Physics of Fluids, 2004, 16(12): 4601-4622.
- [12] Salewski M, Fuchs L. Consistency issues of Lagrangian particle tracking applied to a spray jet in crossflow[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2007, 33(4): 394-410.
- [13] Madabhushi R K, Leong M Y, Hautman D J. Simulation of the break-up of a liquid jet in crossflow at atmospheric conditions[J]. ASME Paper GT2004-54093, 2004.
- [14] Arienti M, LI Xiaoyi, Soteriou M C, et al. Coupled level-set/volume-of-fluid method for the simulation of injectors atomization[J]. AIAA Journal, 2013, 29(1): 147-157.
- [15] Herrmann M. A balanced force refined level set grid method for two-phase flows on unstructured flow solver grids[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(4): 2674-2706.
- [16] Farvardin E, Dolatabadi A. Numerical simulation of the breakup of elliptical liquid jet in still air[J]. Journal of Fluids Engineering, 2013, 135(7): 928-931.
- [17] 杨强, 周进, 吴海燕, 等. 界面捕捉中耦合 Level-set 与 VOF 算法[J]. 航空计算技术, 2012, 42(4): 14-19.
YANG Qiang, ZHOU Jin, WU Haiyan, et al. An investigation on coupled level-set and VOF algorithm in interface capturing[J]. Aeronautical Computing Technique, 2012, 42(4): 14-19. (in Chinese)
- [18] Haven B A, Kurosaka M. Kidney and anti-kidney vortices in crossflow jets[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1997, 352: 27-64.

(编辑: 陈 越)